IESE Business School CIIF
Universidad de Navarra

Documento de Investigación
DI-760
Agosto, 2008

VALORACION DE OPCIONES REALES: DIFICULTADES, PROBLEMAS Y ERRORES

Pablo Fernández

IESE Business School – Universidad de Navarra
Avda. Pearson, 21 – 08034 Barcelona, España. Tel.: (+34) 93 253 42 00 Fax: (+34) 93 253 43 43
Camino del Cerro del Águila, 3 (Ctra. de Castilla, km 5,180) – 28023 Madrid, España. Tel.: (+34) 91 357 08 09 Fax: (+34) 91 357 29 13

El CIIF, Centro Internacional de Investigación Financiera, es un centro de carácter interdisciplinar con vocación internacional orientado a la investigación y docencia en finanzas. Nació a principios de 1992 como consecuencia de las inquietudes en investigación financiera de un grupo interdisciplinar de profesores del IESE, y se ha constituido como un núcleo de trabajo dentro de las actividades del IESE Business School.

Tras más de diez años de funcionamiento, nuestros principales objetivos siguen siendo los siguientes:

- Buscar respuestas a las cuestiones que se plantean los empresarios y directivos de empresas financieras y los responsables financieros de todo tipo de empresas en el desempeño de sus funciones.
- Desarrollar nuevas herramientas para la dirección financiera.
- Profundizar en el estudio de los cambios que se producen en el mercado y de sus efectos en la vertiente financiera de la actividad empresarial.

Todas estas actividades se proyectan y desarrollan gracias al apoyo de nuestras empresas patrono, que además de representar un soporte económico fundamental, contribuyen a la definición de los proyectos de investigación, lo que garantiza su enfoque práctico.

Dichas empresas, a las que volvemos a reiterar nuestro agradecimiento, son: Aena, A.T. Kearney, Caja Madrid, Fundación Ramón Areces, Grupo Endesa, Royal Bank of Scotland y Unión Fenosa.

http://www.iese.edu/ciif/

VALORACION DE OPCIONES REALES: DIFICULTADES, PROBLEMAS Y ERRORES

Pablo Fernández[1]

Resumen

Las fórmulas de valoración de opciones financieras se basan en el arbitraje (la posibilidad de formar una cartera réplica, esto es, que proporciona unos flujos idénticos a los de la opción financiera) y son muy exactas. Sin embargo, veremos que muy pocas veces tiene sentido utilizar directamente estas fórmulas para valorar opciones reales, porque las opciones reales no son casi nunca replicables. Sin embargo, podemos modificar las fórmulas para tener en cuenta la no replicabilidad (véase Apartado 7).

Los problemas con los que nos encontramos al valorar opciones reales son:

- Dificultad para definir los parámetros necesarios para valorar las opciones reales.
- Dificultad para definir y cuantificar la volatilidad de las fuentes de incertidumbre.
- Dificultad para calibrar la exclusividad de la opción.

Estos tres factores hacen que la valoración de las opciones reales sea, en general, difícil, y casi siempre muchísimo menos exacta y más cuestionable que la valoración de las opciones financieras. Además, es mucho más difícil comunicar la valoración de las opciones reales que la de un proyecto de inversión ordinario, por su mayor complejidad técnica.

Palabras clave: Opción real, *call*, *put*, cartera réplica, arbitraje, volatilidad, Black y Scholes.

[1] Profesor de Dirección Financiera, Cátedra PricewaterhouseCoopers de Finanzas Corporativas, IESE

VALORACION DE OPCIONES REALES: DIFICULTADES, PROBLEMAS Y ERRORES

1. Opciones reales

La valoración de una empresa o de un proyecto que proporciona algún tipo de flexibilidad futura –opciones reales– no puede realizarse correctamente con las técnicas tradicionales de actualización de flujos futuros (VAN o TIR).

Una opción real está presente en un proyecto de inversión cuando existe alguna posibilidad futura de actuación al conocerse la resolución de alguna incertidumbre actual. Un ejemplo típico son las concesiones petrolíferas. El pozo de petróleo se explotará o no dependiendo del precio futuro del petróleo. El diseño de un nuevo producto es también una opción real: la empresa tiene la opción de ampliar instalaciones productivas o de cancelar la distribución en función del crecimiento futuro del mercado. Las inversiones en investigación y desarrollo también se deben analizar teniendo en cuenta las opciones reales[1].

Existen muchos tipos de opciones reales: opciones de explotar concesiones mineras o petrolíferas, opciones de aplazar la inversión, opciones de ampliar negocios, opciones de abandonar negocios, opciones de cambio de utilización de unos activos...

Los estrategas y profesores de política de empresa han achacado reiteradamente a las finanzas –y a los analistas financieros– su falta de herramientas para valorar las implicaciones estratégicas de los proyectos de inversión. Antes de utilizarse la teoría de opciones, la gran mayoría de nuevas inversiones se ha realizado basándose únicamente en criterios cualitativos de política de empresa. Los números –si acaso– se hacían después para que diesen el resultado que deseaba el estratega para apoyar su decisión. La teoría de opciones parece que permite la valoración de las oportunidades estratégicas de los proyectos: el análisis cuantitativo de las opciones, junto con el análisis cualitativo y estratégico de la política de empresa, permiten tomar decisiones más correctas y racionales.

Vamos a resolver ejemplos sencillos que nos permitirán comprobar fácilmente cómo la no consideración de las opciones que contiene un proyecto puede llevarnos a infravalorarlo y, en general, a desechar proyectos que deberíamos acometer[2]. También analizaremos algunas

---

[1] Véase, por ejemplo, Grenadier y Weiss (1997).

[2] Análogamente, si los proyectos que consideramos contienen opciones que podrán ejercer terceros (la flexibilidad futura juega en contra nuestra), la no consideración de las opciones que contienen los proyectos nos llevará a realizar inversiones en proyectos que deberíamos rechazar.

opciones reales presentes en muchos proyectos de inversión: la opción de ampliar el proyecto, la de aplazar la inversión y la de utilizar la inversión para usos alternativos.

Una clasificación de las opciones reales es la siguiente:

Tabla 1

OPCIONES REALES		
Opciones contractuales	**Opciones de crecimiento o aprendizaje**	**Opciones de flexibilidad**
Concesiones petrolíferas	Ampliar	Aplazar la inversión
Concesiones mineras	Investigación y desarrollo	Reducir el proyecto
Franquicias	Adquisiciones	Usos alternativos
	Aprendizaje	Renegociación de contratos
	Nuevos negocios	*Outsourcing*
	Nuevos clientes	Abandonar
	Iniciativa de Internet	Cierre temporal
	Mejora eficiencia para aumentar barreras de entrada	Modificación de productos

También se habla de opciones compuestas, que son aquellas que al ejercerlas nos proporcionan nuevas opciones. Se denominan opciones arcoiris (*rainbow options*) a las que tienen más de una fuente de incertidumbre, por ejemplo, una explotación petrolífera en la que la incertidumbre proviene del precio del petróleo, de una incierta cantidad de barriles y de unos inciertos costes de extracción[3].

Por ejemplo, algunas de las opciones reales de Amazon cuando era sólo una empresa que vendía libros en Estados Unidos eran[4]:

- Opciones de nuevos negocios. zShops (un *marketplace*), AmazonAuctions (un mercado de subastas) y sus nuevos negocios: Drugstore.com (productos de belleza y salud), Ashford.com (joyería y regalos), Della.com (bodas y regalos), Pets.com (animales de compañía) y Greenlight.com (automóvil). Varias de estas opciones fueron ejercidas por adquisición. Entre abril de 1998 y abril de 1999 Amazon realizó 28 adquisiciones.

- Opciones de ampliar geográficamente su negocio. Amazon entró en el mercado europeo en 1999.

- Opciones de crecimiento por nuevos clientes. Amazon comenzó a vender música, vídeos y DVD en 1998; software, juguetes, productos electrónicos y productos para el hogar, en 1999; material de cocina y de cuidado del jardín, en 2000.

- Opciones de mejora de la eficiencia para aumentar barreras de entrada. Amazon invirtió en 1999 más de 300 millones de dólares para mejorar su infraestructura tecnológica. Patentó el procedimiento denominado "1-Click". servicio gratuito de felicitaciones. Verificación del pedido por correo electrónico.

---

[3] Una recoplilación de los distintos tipos de opciones reales se encuentra en los libros de Trigeorgis (1996) y de Amram y Kulatilaka (1999), ambos con idéntico título: "Real Options".

[4] Véase Collura y Applegate (2000).

2. Explotación de reservas petrolíferas

Supongamos que nos ofrecen los derechos de explotación durante un año sobre un pozo de petróleo ya desarrollado y con unas reservas de 10 millones de barriles. Los costes de extracción son estrictamente variables (toda la inversión en costes fijos ya ha sido realizada) y serán de 20 euros por barril extraído. Estos costes se mantendrán constantes a lo largo del próximo año. El precio del barril de petróleo es hoy 18 euros[5]. El tipo de interés sin riesgo a un año es el 5%. Nos ofrecen dos tipos de contrato:

a) Con obligación de extraer el petróleo en algún momento a lo largo del año.

b) Con la opción de extraerlo.

¿Cuánto estaríamos dispuestos a pagar por estos dos contratos alternativos?

a) Con obligación de extraer

Si adquirimos la obligación de extraer los 10 millones de barriles de petróleo a lo largo del próximo año, la técnica apropiada para valorar el contrato es la del valor actual neto (VAN).

La Tabla 2 muestra los cálculos necesarios para valorar el contrato. Lo único que necesitamos determinar es si debemos extraer hoy mismo el petróleo o esperar. La comparación entre extraer el petróleo dentro de un año (VAN = -10,5 millones de euros) o extraerlo ahora (VAN = -20 millones de euros) parece aconsejar que es mejor esperar. La intuición detrás de este resultado es muy sencilla: dado que el coste de extracción es constante, será mejor realizarlo lo más tarde posible.

No creemos que el lector tenga ningún problema para calcular el valor actual neto del coste de extraer un barril. Pero tal vez lo tenga con el cálculo del valor actual neto de los ingresos (del precio futuro[6] del petróleo). El VAN de cualquier activo es el valor esperado del activo en el futuro descontado a la tasa de descuento apropiada (aquella que incorpora el riesgo del activo). Pero igualmente, el precio de un activo que se negocia en un mercado es el valor esperado del activo en el futuro descontado a la tasa de descuento que los inversores consideran apropiada. Por consiguiente –y salvo que dispongamos de información privilegiada o creamos que el mercado se equivoca en sus estimaciones de valor esperado o de riesgo–, hemos de concluir que el VAN del precio del petróleo en el futuro es su precio de mercado hoy.

Por consiguiente, no sólo nos opondríamos a pagar algo por este contrato, sino que exigiríamos que nos compensasen en 10,5 millones de euros o más por aceptarlo.

b) Con la opción de extraer

Si el contrato nos proporciona la opción de extraer los 10 millones de barriles de petróleo a lo largo del próximo año, el valor actual neto no nos sirve porque supone que estamos

[5] Nótese que estamos suponiendo que no existe ninguna incertidumbre en lo relativo a los costes de extracción, ni a la cantidad ni calidad del petróleo: la única incertidumbre procede del precio futuro del petróleo.

[6] No confundir con el precio de un contrato de futuros. Aunque en una primera lectura puede no resultar intuitivo, el precio de un contrato de futuros resulta de una fórmula de arbitraje y *nada* tiene que ver con las expectativas del mercado acerca del precio en la fecha futura en que se ejercerá el contrato. Las expectativas del mercado acerca de la evolución futura del precio van incorporadas en la cotización actual.

obligados a extraer el petróleo. En este caso hemos de utilizar la teoría de opciones. Es evidente que en este caso sí que estaremos dispuestos –como mínimo– a quedarnos con el contrato gratis. La razón es que a lo largo del próximo año podremos ganar algo (extraeremos el petróleo si su precio es superior a 20 euros/barril) y no perderemos nada (no extraeremos el petróleo si su precio es inferior a 20 euros/barril).

La sencillez de este ejemplo permite valorar el contrato mediante la fórmula más sencilla que existe para valorar opciones: la fórmula de Black y Scholes (1973)[7] para una opción compradora *(call)* sobre una acción que no distribuye dividendos.

La Tabla 2 muestra el valor del contrato en función de la volatilidad esperada del petróleo. Se adjuntan varios valores para que el lector pueda observar que la variable determinante en el cálculo del valor de una opción es la volatilidad. Afortunadamente, podemos estimar –siempre que el período futuro considerado no sea muy largo– la volatilidad futura con cierta precisión.

Una volatilidad igual a cero significa que creemos que el precio del barril de petróleo se revalorizará sin oscilaciones y de modo constante al 5% (la tasa sin riesgo), lo que implica que su valor dentro de un año será de 18 x 1,05 = 18,90 euros. Lógicamente, en este caso, el valor del contrato es cero, puesto que nunca extraeremos petróleo, ya que el coste de extracción es superior al precio de venta. Nótese que cuanto mayor es la volatilidad esperada, mayor es el valor del contrato como puede verse en la Tabla 2.

La conclusión más importante que se obtiene de la Tabla 2 es que el no considerar la opción que incorpora el contrato, nos conduciría a un resultado erróneo y a tomar una decisión equivocada.

Tabla 2

Concesión para explotación de pozo de petróleo por un año

10 millones de barriles. Coste de extracción (variable) = 20 euros/barril
Precio actual del petróleo = 18 euros/barril. Tasa de interés anual sin riesgo = 5,00%

A/ OBLIGACION DE EXTRAER

A.1/ Extraer dentro de un año

VAN (coste) = -20/1,05 = -19,0476 euros/barril. VAN (ingresos) = 18 euros/barril

VAN contrato = (-19,0476 + 18) x 10.000.000 = **-10.476.190 euros**

A.2/ Extraer ahora

VAN (coste) = -20 euros/barril. VAN (ingresos) =18 euros/barril

VAN contrato = (-20 + 18) x 10.000.000 = **-20.000.000 de euros**

B/ OPCION DE EXTRAER

Call (S=18, K=20, t=1 año, r = 1,05)[8]

Volatilidad	Valor (euros)
2%	2.559
5%	596.703
10%	3.298.856
20%	10.101.360
30%	17.237.282

[7] Para contratos más complejos deberemos utilizar la fórmula binomial.

[8] La valoración de la opción de extraer se ha calculado utilizando la fórmula de Black y Scholes, cuya demostración figura en el Anexo 1. En el Apartado 3 se explican los cálculos para una volatilidad del 30%.

El empleo del VAN sólo es adecuado para aquellos proyectos en los que los flujos futuros de dinero se producirán con seguridad (como en el primer contrato, con *obligación* de extraer). Si existe algún tipo de flexibilidad futura en un proyecto (como en el segundo contrato, con el que extraeremos o no dependiendo de cuál sea el precio del petróleo en el futuro), hemos de utilizar necesariamente la teoría de opciones: el empleo tradicional del VAN, sin tener en cuenta la posibilidad de no ejercer la opción, nos conduciría a resultados erróneos y decisiones equivocadas.

Este sencillo ejemplo muestra la valoración de una opción real muy simple[9]. La valoración de otro tipo de opciones reales (opción de ampliar capacidad, opción de emplear distintas materias primas, opción de producir diferentes productos, opción de emplear distintos procesos productivos, etc.) requerirá normalmente el empleo de técnicas de valoración algo más complejas.

3. La fórmula de Black y Scholes[10] para valorar opciones financieras

El valor de una opción de compra (*call*) sobre una acción, con precio de ejercicio K y que se podrá ejercer en t, es el valor actual de su valor en t, que es MAX (S_t - K, 0), siendo S_t el precio de la acción en t. Por consiguiente:

$Call$ = VAN [MAX (S_t - K, 0)] = VAN [S_t / S_t > K] P[S_t > K] - VAN [K / S_t > K] P[S_t > K]

El primer término de la resta es el valor actual del precio de la acción (siempre que sea superior a K) multiplicado por la probabilidad de que el precio de la acción sea superior a K. El segundo término de la resta es el valor actual del precio de ejercicio (que es K r-t) multiplicado por la probabilidad de que el precio de la acción sea superior a K.

Se puede demostrar (véase **Anexo 1**) que si el precio del activo con riesgo S sigue una trayectoria de la forma

$S_t = S_0\, e^{(\mu t + \sigma \varepsilon \sqrt{t})}$, y suponemos que[11] $\mu = \ln(r) - \sigma^2 / 2$, entonces:

$\text{VAN}\,[S_t / S_t > K]\; P[S_t > K] = S\, N(x)$

$\text{VAN}\,[K / S_t > K] = r^{-t}\, E\,[K / S_t > K] = K\, r^{-t}$

$P[S_t > K] = N(x - \sigma \sqrt{t})$, siendo[12] $x = [\ln(S / Kr^{-t}) / (\sigma \sqrt{t})] + \sigma \sqrt{t} / 2$

---

9 Nótese que hemos realizado muchas hipótesis simplificadoras, por ejemplo, suponemos que conocemos exactamente los costes de extracción y la cantidad de barriles de petróleo.

10 El lector interesado en la derivación de la fórmula puede consultar el Anexo 1.

11 Esto sólo se puede suponer si la opción es replicable. Esta imposición se basa en que cuando un instrumento financiero se puede valorar por arbitraje (es replicable a partir de otros ya existentes), las relaciones entre los precios se mueven en un espacio de probabilidad sin riesgo. En ese espacio de probabilidad, el valor esperado del precio de una acción (cuyo precio hoy es S euros) es igual al valor esperado de invertir esos euros a la tasa sin riesgo: [4] $E(S_t) = S\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t} = S\, r^t$

Por consiguiente, la fórmula de Black y Scholes es:

Call = Δ S - B

siendo

$\Delta = N(x)$; $B = K r^{-t} N(x - \sigma \sqrt{t})$; $x = [\ln(S / Kr^{-t}) / (\sigma \sqrt{t})] + \sigma \sqrt{t} / 2$

$N(x - \sigma \sqrt{t})$ es la probabilidad de que la opción se ejerza, esto es, $P[S_t > K]$.

Lo que dice la fórmula es que formando ahora una cartera compuesta por la compra de acciones y un préstamo de B euros (coste de la cartera = Δ S – B), se obtendrán en la fecha de ejercicio los mismos flujos que si tuviéramos la opción. Por consiguiente, para evitar posibilidades de arbitraje, la opción debe valer lo mismo que esta cartera (cartera réplica), esto es, Δ S – B euros.

Debido a la posibilidad de replicar la opción, la fórmula de Black y Scholes:

1. Considera que $\mu = \ln(r) - \sigma^2 / 2$.
2. Calcula el valor actual utilizando la tasa sin riesgo.

Aplicando la fórmula de Black y Scholes a la opción de compra sobre 10 millones de acciones, siendo el precio de cada acción 18 euros, el precio de ejercicio 20 euros por acción, volatilidad 30%, tiempo un año, tipo de interés 5% (análoga a la opción sobre el petróleo), resulta:

x= -0,038568. N(x) = 0,4846. $N(x - \sigma\sqrt{t})$ = 0,3675. S N (x) = 87,23 millones de euros.

$K r^{-t} N(x - \sigma \sqrt{t})$ = 69,99 millones de euros.

Y por consiguiente, el valor de la *call* es:

Call = 17,24 millones de euros = 87,23 - 69,99.

La Tabla 3 muestra un análisis de sensibilidad del valor de esta opción de compra.

Tabla 3

Valor de la opción y análisis de cómo afectan los cambios en los parámetros al valor de la opción (millones de euros)

Precio de las acciones	Precio de ejercicio	Interés sin riesgo	Volatilidad	Tiempo hasta el ejercicio	Dividendos	*CALL*
180	200	5%	30%	1 año	0	**17,24**
200						28,35
	180					25,51
		6%				17,91
			33%			19,39
				1,1 año		18,63
					20	9,05

[12] Es importante darse cuenta que $P[S_t > K] = N(x - \sigma \sqrt{t})$ sólo si $\mu = \ln(r) - \sigma^2/2$. Esta última condición viene impuesta por el hecho de que la opción se puede replicar con acciones y bonos.

4. Factores que determinan el valor de una opción financiera

Recordemos brevemente las definiciones de *call* y *put*. Una opción de compra (*call*) es un contrato que proporciona a su poseedor (el comprador) el derecho (no la obligación) a comprar un número determinado de acciones, a un precio establecido, en cualquier momento antes de una fecha determinada (opción americana), o bien únicamente en esa fecha (opción europea). El comprador tiene la alternativa de poder ejercer o no su derecho, mientras que el vendedor está obligado a satisfacer el requerimiento del comprador.

Una opción de venta (*put*) es un contrato que proporciona a su poseedor (el comprador) el derecho (no la obligación) a vender un número determinado de acciones, a un precio establecido, en cualquier momento antes de una fecha determinada (opción americana), o bien únicamente en esa fecha (opción europea).

Las seis variables fundamentales que influyen en el precio de la opción son:

El precio de la acción a que se refiere la opción (S).

El precio de ejercicio de la opción (K).

La volatilidad de la acción.

El tipo de interés sin riesgo.

Los dividendos que recibirá la acción antes de la fecha de ejercicio.

El tiempo que resta hasta la última fecha de ejercicio.

El precio de la acción a que se refiere la opción (S). El valor de una *call* aumenta con el precio de la acción, mientras que el valor de la *put* disminuye. En el caso de una opción europea, esto es evidente. En el instante del ejercicio, el poseedor de la *call* puede optar por pagar el ejercicio (K) y recibir una acción de valor S: sus ganancias son (S-K), por lo que le interesa que S sea grande. En el momento del ejercicio, el poseedor de una *put* realiza una ganancia (K-S), ya que cobra K a cambio de entregar una acción: su beneficio es mayor cuanto menor sea el precio de la acción.

El precio de ejercicio de la opción (K). Un aumento en el precio de ejercicio (K) disminuye el valor de una *call* y aumenta el valor de una *put*. Al ejercer una *call*, su poseedor gana (S-K). Así pues, le interesa que el pago que ha de efectuar sea pequeño. Lo contrario le ocurre al poseedor de una *put*. Si la ejerce, ganará (K-S). El precio de ejercicio es el cobro que recibirá, por lo que le conviene que sea elevado.

La volatilidad de la acción. Tanto si la opción es de compra o de venta, su valor es mayor cuanto mayor es la volatilidad prevista para el futuro de la acción a la que se refiere. Esto es así porque el poseedor de una opción se beneficia de las oscilaciones del precio de la acción en un sentido (al alza si la opción es una *call* y a la baja si es una *put*), mientras que está protegido contra los movimientos en sentido contrario.

El tipo de interés sin riesgo. El tipo de interés afecta al valor de una opción porque el valor actual neto del precio de ejercicio de la opción depende de los tipos de interés. Así pues, una *call* tiene más valor cuanto mayor es el tipo de interés, porque el VAN del precio de ejercicio es menor cuanto mayor sea la tasa de descuento, esto es, el tipo de interés. En el caso de una *put*, ocurre lo contrario: su valor disminuye al aumentar el tipo de interés.

Los dividendos que recibirá la acción antes de la fecha de ejercicio. Los dividendos afectan a la opción porque cuando una acción paga un dividendo, el precio de mercado de la misma se ajusta para reflejar el dividendo pagado (disminuye). Así, el poseedor de una *call* preferirá que la acción no pague dividendos o que pague el menor dividendo posible. El poseedor de una opción de venta preferirá que la acción pague el mayor dividendo posible, porque de este modo el precio de la acción en la fecha de ejercicio será menor.

El tiempo que resta hasta la última fecha de ejercicio. El tiempo hasta el ejercicio afecta al valor de la opción a través de tres variables mencionadas anteriormente:

Volatilidad: cuanto mayor es el tiempo hasta la fecha de ejercicio, mayor es la posibilidad de que el precio de la acción aumente o disminuya.

Precio de ejercicio: cuanto mayor es el tiempo hasta la fecha de ejercicio, menor es el VAN del precio de ejercicio.

Dividendos: cuanto mayor es el tiempo hasta la fecha de ejercicio, mayores son los dividendos que pagará la empresa.

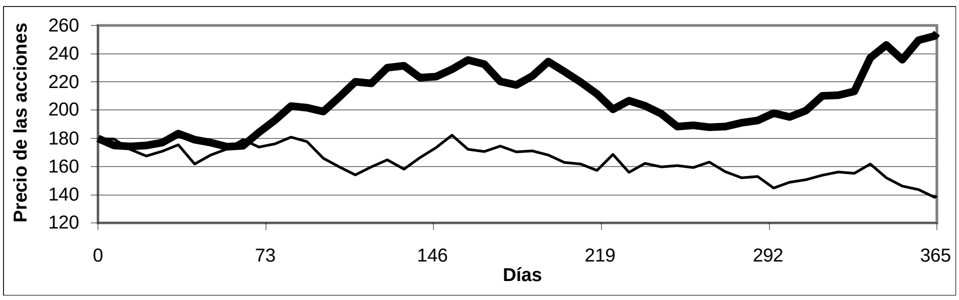
No obstante, no todas estas variables afectan del mismo modo. El efecto total dependerá de la suma de los efectos parciales de cada una de estas tres variables. En general, en el caso de opciones americanas, tanto *call* como *put*, aumentan de valor cuanto mayor es el tiempo hasta la fecha de ejercicio. Si se trata de opciones europeas, es necesario estudiar cada caso en particular.

5. Replicación de la *call*

Supongamos que el precio de las acciones del ejemplo anterior puede seguir dos trayectorias distintas, tal y como se indica en la Figura 1. Una trayectoria (alcista) alcanza un precio dentro de un año de 254,66 millones de euros, y la otra (bajista), de 135 millones de euros. Una aproximación intuitiva a la valoración concluiría que un inversor con expectativas alcistas estaría dispuesto a pagar más por la opción que el inversor con expectativas bajistas. Sin embargo, este razonamiento es un error. Ambos estarán de acuerdo (si la volatilidad esperada por ambos es 30%) en valorar la opción en 17,24 millones de euros. La razón de esto es que comprando hoy 87,23 millones de euros de acciones y tomando prestados 69,99 millones de euros (desembolso neto: 17,24 millones de euros), dentro de un año tendrán la misma posición que comprando la opción, sea cual sea el recorrido futuro del precio de la acción.

Figura 1

Dos posibles trayectorias del precio de los 10 millones de acciones durante el próximo año. El precio hoy es 180 millones. El precio dentro de un año, según la trayectoria alcista, será 254,66 millones, y 135 millones según la trayectoria bajista



La Figura 2 muestra la réplica de la opción si el precio de la acción sigue la trayectoria bajista. Inicialmente (día 0) se han de comprar 87,231 millones de euros en acciones (4.846.100 acciones) y tomar prestados 69,994 millones de euros.

A lo largo del año próximo esta cartera se ha de ir modificando según indica la fórmula de Black y Scholes calculada cada día. El día 1, la cotización de la acción fue 18,05 euros. Calculando el valor de la *call* en el día 1, resulta 17,44 millones (88,07 - 70,63). Esto significa que la cartera en el día 1 debe tener 88,07 millones de euros invertidos en acciones (si el precio de la acción es 18,05 euros, se han de tener 4.879.200 acciones). Como en el día 0 se tenían 4.846.100 acciones, el día 1 se han de comprar 33.100 acciones, lo que supone un desembolso de 0,6 millones de euros. Pero esta compra de acciones se financia totalmente con deuda. El día 1, el préstamo total será el préstamo del día 0 más los intereses de un día más el nuevo préstamo para comprar las 331 acciones:

$69{,}994 \times 1{,}05^{1/365} + 0{,}6 = 70{,}6$ millones

Variando la cartera réplica de este modo a lo largo del año (si la cotización sube, se compran acciones con dinero prestado, y si la cotización baja, se venden acciones y se devuelve parte del préstamo), la Figura 2 muestra cómo habría que ir variando la composición de la cartera réplica de la opción. Cada día del año, el valor de la *call* es idéntico al de la cartera réplica. Al término (día 364), la opción no vale nada porque el precio final de la acción es 13,50 euros. La cartera réplica en el día 365 tampoco vale nada porque no tiene acciones ni deuda.

Análogamente, la Figura 3 muestra la cartera réplica de la opción si la acción sigue una trayectoria alcista. En el día 365 la opción vale 54,66 millones, lo mismo que la cartera réplica, que tendrá 254,66 millones en acciones y 200 millones de deuda.

Figura 2

Réplica de la *call* si la acción sigue la trayectoria bajista. Dentro de un año, la operación valdrá cero y la cartera réplica valdrá cero (no habrá acciones ni deuda)

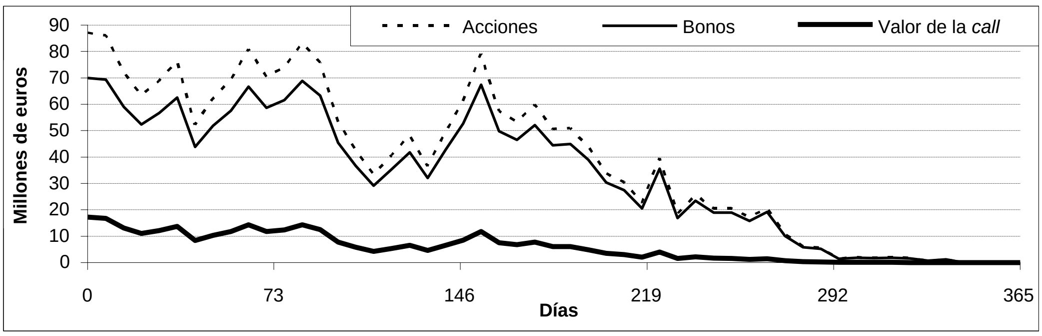
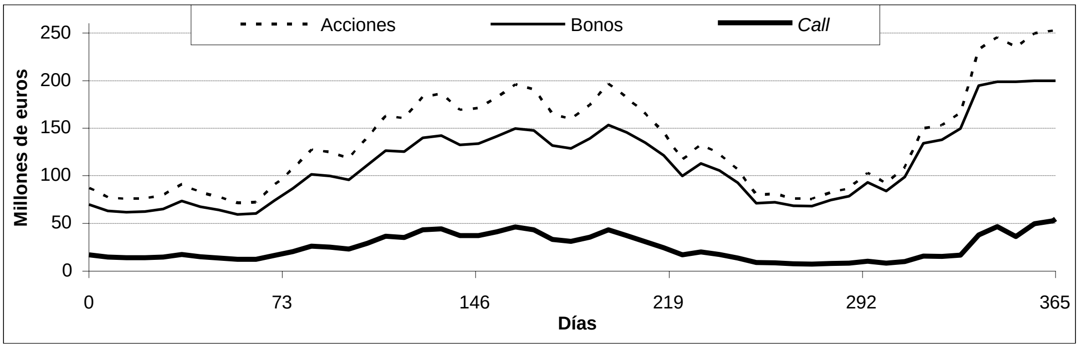


Figura 3

Réplica de la acción según la trayectoria alcista. Dentro de un año, la *call* valdrá 54,66 millones. La cartera réplica estará compuesta por 254,66 millones de euros en acciones y una deuda de 200 millones



6. Las expectativas de revalorización del precio de la acción no influyen en el valor de una *call* que se puede replicar

En el Apartado anterior hemos visto que las expectativas de revalorización del precio de la acción no influyen en el valor de la *call*. Un inversor alcista y otro bajista estarán de acuerdo en el valor de la *call* porque formando hoy una cartera con 87,23 millones de euros en acciones y tomando prestados 69,99 millones de euros, se consigue dentro de un año la misma posición que con la *call*, sea cual sea la evolución del precio futuro de la acción.

Las expectativas de revalorización del precio de la acción se pueden incluir en la fórmula [1] del Anexo en el parámetro μ. La Figura 4 muestra la distribución de la rentabilidad esperada de la acción de tres inversores que tienen detrás idénticas expectativas de volatilidad (30%) pero distinta expectativa de rentabilidad μ: uno tiene μ = -5%, otro μ = 0,379%, y otro μ = 10%.

La Figura 5 muestra la distribución del precio de la acción dentro de un año de los tres inversores. Haciendo uso de la ecuación [4], el valor esperado del precio de la acción es 17,91 para el inversor con μ = -5%; 18,90 para el inversor con μ = 0,379% y 20,8087 para el inversor con μ = 10%. Nótese que 18,90 = 18 x 1,05. Luego el inversor con μ = 0,379% espera una rentabilidad del precio de la acción igual a 5%, que es el tipo de interés sin riesgo. Esto es así porque μ = 0,379% cumple la ecuación [5]. A pesar de sus diferentes expectativas sobre la revalorización de la acción, los tres inversores coincidirán en que el valor de la opción es 17,24 millones de euros.

Es fundamental darse cuenta de que la fórmula de Black y Scholes interpretada como valor actual neto considera $\mu = 0{,}379\% = \ln(r) - \sigma^2/2$ y realiza la actualización del valor esperado de la opción E[Max(S-K; 0)] con la tasa sin riesgo r. Esto se debe a que la opción es replicable: el resultado económico de poseer la opción es idéntico a comprar hoy 87,23 millones de euros en acciones y tomar prestados 69,99 millones de euros.

Es importante recalcar de nuevo que esta fórmula supone que la opción se puede replicar, y por eso:

Considera que $\mu = \ln(r) - \sigma^2 / 2$.

Calcula el valor actual utilizando la tasa sin riesgo.

Figura 4

Distribución de la rentabilidad de la acción en un año según tres expectativas distintas

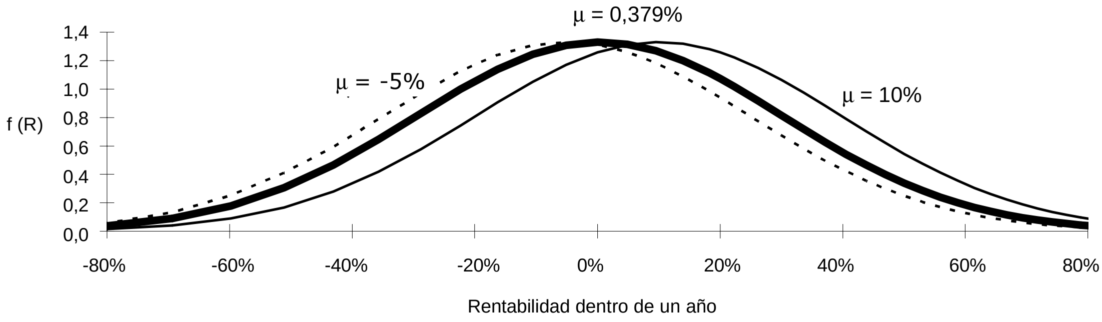
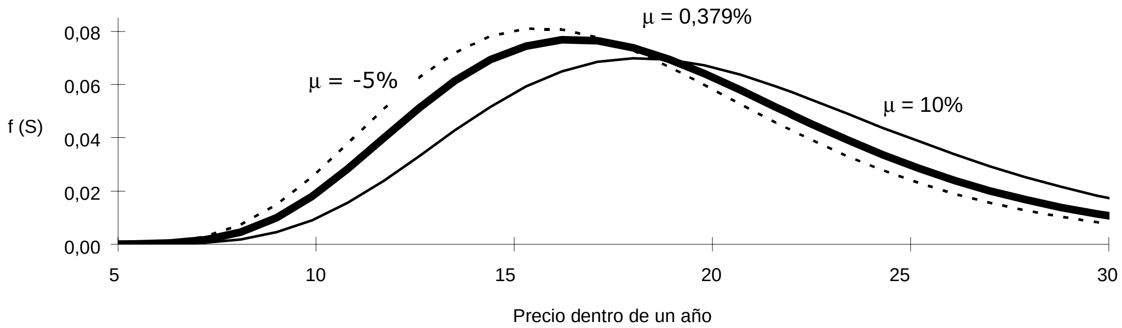


Figura 5

Distribución del precio de la acción dentro de un año según tres expectativas distintas



7. Valor de una *call* si no se puede replicar

En el caso de que la opción no se pueda replicar, el valor de la *call* no se basa en el arbitraje, sino en las expectativas del valorador: expectativas de revalorización del activo subyacente y expectativas de riesgo de la inversión. En esta situación:

$P [S_t > K] = N [y - \sigma \sqrt{t}]$. VAN $[K / S_t > K]$ $P[S_t > K] = K\, r_K^{-t}\, N (y - \sigma \sqrt{t})$

VAN $[S_t / S_t > K]$ $P[St > K] = \mathbf{S\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t}\, r_K^{-t}\, N (y)}$

$y = [\ln (S / K) + t\, \mu + t\, \sigma^2] / [\sigma \sqrt{t}]$

[6] *Call no replicable* $= \mathbf{S\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t}\, r_K^{-t}\, N (y) - K\, r_K^{-t}\, N (y - \sigma \sqrt{t})}$

El primer término puede interpretarse como el valor actual de los flujos que se espera obtener si se ejerce la opción. El segundo término es el valor actual de la inversión necesaria para ejercer la opción. $N (y - \sigma \sqrt{t})$ es la probabilidad de ejercer la opción.

La Tabla 4 muestra el valor de la opción de extraer petróleo dentro de un año en función de μ y r_K. Nótese que para $\mu = 0{,}379$ y $r_K = 1{,}05$ se obtiene el mismo valor que con Black y Scholes. Ese valor (y los parámetros μ y r_K) sólo tiene sentido si la opción es replicable. Si no lo es, el valor de la opción depende también de la rentabilidad esperada μ y de la tasa de descuento r_K que resulte apropiada para el proyecto.

Tabla 4

Valor de la opción de extraer en función de las expectativas de μ y r_K (millones de euros). Volatilidad = 30%

	μ									
r_K	-5,0%	-2,0%	0,0%	0,379%	1,0%	2,0%	3,0%	4,0%	5,0%	10,0%
1,05	13,00	15,25	1,24	**17,24**	17,79	18,69	19,64	20,61	21,63	27,22
1,06	12,88	15,11	1,24	17,07	17,62	18,52	19,45	20,42	21,42	26,97
1,08	12,64	14,83	1,24	16,76	17,29	18,18	19,09	20,04	21,03	26,47
1,10	12,41	14,56	1,24	16,45	16,98	17,84	18,74	19,68	20,64	25,98
1,11	12,30	14,43	1,24	16,31	16,82	17,68	18,58	19,50	20,46	25,75

8. Diferencias entre una opción financiera y una opción real

Los factores que determinan el valor de una opción financiera son distintos a los que afectan a una opción real. Estas diferencias en los parámetros se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5

Parámetros que influyen en el valor de una opción financiera y de una opción real

OPCION FINANCIERA	OPCION REAL
Precio de la acción	Valor esperado de los flujos
Precio de ejercicio	Coste de la inversión
Interés sin riesgo	Tasa de descuento con riesgo
Volatilidad	Volatilidad de los flujos esperados
Tiempo hasta el ejercicio	Tiempo hasta el ejercicio
Dividendos	Mantenimiento de la opción
Su valor *no* depende de la revalorización esperada del subyacente	Su valor *depende* de la revalorización esperada del subyacente
El ejercicio de la opción es instantáneo	El ejercicio de la opción *no* sucede en un instante

La ecuación [6] se puede reescribir como:

Call no replicable = VAN (flujos esperados si se ejerce la opción) - VAN (inversión necesaria para ejercer la opción).

Si el proyecto está compuesto únicamente por una *call*, acometeremos el proyecto si "*Call* no replicable" > 0. Si hay que realizar alguna inversión inicial para acometer el proyecto, entonces acometeremos el proyecto si "*Call* no replicable" > inversión inicial:

Acometer el proyecto si:

Call no replicable - inversión inicial > VAN (flujos esperados si se ejerce la opción) - VAN (inversión necesaria para ejercer la opción).

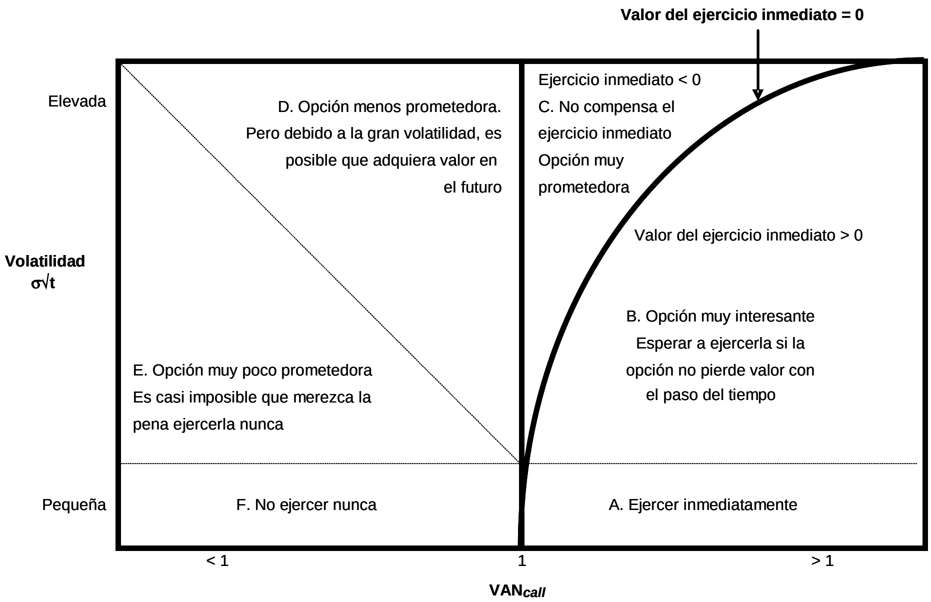
Siguiendo el procedimiento apuntado por Luehrman (1995), podemos definir:

VAN_{call} = VAN (flujos esperados si se ejerce la opción) / [VAN (inversión necesaria) + inversión inicial]

Lógicamente, interesa acometer el proyecto si $VAN_{call} > 1$.

Esta descomposición permite realizar el siguiente gráfico de la Figura 5 que ayuda a visualizar el valor de las opciones y a dividirlas en seis tipos:

Figura 5



La línea curva corresponde a las opciones en las que el valor actual del ejercicio inmediato es cero. Esto se corresponde a las opciones con valor cero para t = 0. A partir de [6], si t = 0: $y = \infty$; $0 = S - K$.

Tipo A: muy poca volatilidad, VAN_{call} superior a 1 y valor del ejercicio inmediato positivo. Son opciones que interesa ejercerlas inmediatamente. El esperar no les añade valor debido a la baja volatilidad.

Tipo B: VAN_{call} superior a 1, mayor volatilidad y valor del ejercicio inmediato positivo. Son opciones que compensa ejercerlas inmediatamente, pero esperar les añade valor debido a la mayor volatilidad.

Tipo C: VAN_{call} superior a 1, valor del ejercicio inmediato negativo y volatilidad elevada. Son opciones que no compensa ejercerlas inmediatamente, pero esperar les añade valor debido a la volatilidad. Son opciones muy prometedoras, pues las expectativas de volatilidad hacen que $VAN_{call} > 1$.

Tipo D: VAN_{call} menor que 1, valor del ejercicio inmediato negativo y volatilidad elevada. Son opciones que no compensa ejercerlas inmediatamente, pero esperar les añade valor debido a la volatilidad. Con las expectativas actuales de volatilidad no compensará ejercerlas nunca, pues $VAN_{call} < 1$, pero es posible que si aumenta la volatilidad o se logra mejorar la opción tenga valor en el futuro.

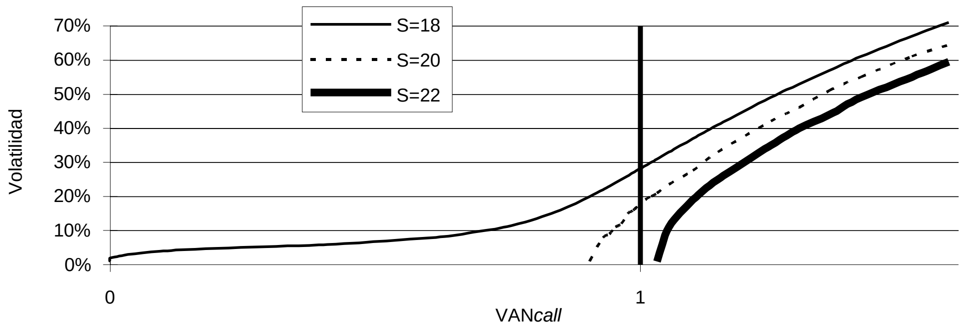
Tipo E: VAN_{call} menor que 1, valor del ejercicio inmediato negativo y volatilidad elevada. Son opciones que no compensa ejercerlas inmediatamente y con las expectativas actuales de volatilidad no compensará ejercerlas nunca, pues $VAN_{call} < 1$. Es prácticamente imposible que la opción tenga valor en el futuro.

Tipo F: VAN_{call} menor que 1, valor del ejercicio inmediato negativo y muy poca volatilidad. Son opciones que no compensa ejercerlas nunca.

La Figura 6 muestra el diagrama VAN_{call}-volatilidad para la opción de la Tabla 2 (suponiendo que no se puede replicar) para tres niveles iniciales del precio del petróleo: 18, 20 y 22 euros/barril. Se supone que la inversión inicial para comprar la opción es de 16 millones de euros.

Figura 6

Diagrama VAN*call*-volatilidad para la opción de la Tabla 2 suponiendo que no se puede replicar para tres niveles iniciales del precio del petróleo. Inversión inicial = 16 millones. μ = 1%. t = 1 año



9. Cómo aplicar la teoría de opciones en una empresa

Si no se pueden replicar las opciones reales, es absolutamente inapropiado utilizar las fórmulas de opciones financieras para valorar opciones reales, porque todas las fórmulas se basan en la existencia de una cartera réplica[13].

A continuación incluimos algunas consideraciones sobre la aplicación práctica de la teoría de opciones al análisis de proyectos de inversión.

1. Tipos de interés elevados suponen elevados tipos de descuento, reduciendo el valor actual de los futuros flujos. Claramente, ello debería disminuir el valor de la opción de emprender un proyecto. Sin embargo, los tipos de descuento elevados también reducen el valor actual del precio de ejercicio de la opción. Este efecto compensador ayuda a mantener a flote el valor de la opción a medida que los tipos de interés aumentan, lo cual puede proporcionar a ciertas clases de proyectos –especialmente a las opciones de crecimiento– un enorme valor a tener en cuenta en el análisis de inversiones.

2. Kester (1984) sugiere una característica de las opciones que se debe considerar: el grado de exclusividad del derecho del propietario de una opción a ejercerla. A diferencia de las opciones sobre acciones, existen dos tipos de opciones de crecimiento: exclusivas y compartidas. Las primeras son las más valiosas, porque proporcionan a su poseedor el derecho exclusivo de ejercerlas. Estas resultan de patentes, del conocimiento exclusivo del mercado por parte de la empresa o de una tecnología que la competencia no puede imitar.

[13] La lógica de la teoría de opciones se basa en el arbitraje: como es posible formar una cartera réplica que tendrá idéntica rentabilidad a la opción que tratamos de valorar, entonces (para evitar arbitraje) la opción ha de tener el mismo valor que la cartera réplica. Si no se puede formar la cartera réplica, el anterior razonamiento no tiene ningún sustento.

Las opciones de crecimiento compartidas son menos valiosas. Representan oportunidades "colectivas" del sector, como por ejemplo la posibilidad de introducirse en un mercado no protegido por elevadas barreras o de construir una nueva fábrica para abastecer un particular segmento geográfico del mercado. Los proyectos de reducción de costes son generalmente opciones compartidas, porque normalmente la competencia también puede acometerlos.

3. Kester también sugiere que las empresas, al realizar el análisis de proyectos de inversión, deberían clasificar los proyectos de acuerdo a las opciones que incluyen. La clasificación según los criterios tradicionales de reposición, reducción de costes, incremento de capacidad e introducción de nuevos productos, resulta de poca utilidad. Una clasificación más apropiada sería distinguir entre proyectos cuyos beneficios futuros se generan principalmente a través de flujos de caja (opciones simples) y aquellos cuyos beneficios futuros incluyen opciones de posteriores inversiones (opciones compuestas). Opciones de crecimiento sencillas –como reducciones de costes rutinarias y proyectos de mantenimiento y reposición– crean valor sólo a través de los flujos de caja provenientes de los activos subyacentes.

Las opciones de crecimiento compuestas –como proyectos de investigación y desarrollo, una expansión importante en un mercado existente, la entrada en un nuevo mercado, y las adquisiciones (de nuevos negocios o empresas)–, conducen a nuevas oportunidades de inversión y afectan al valor de las opciones de crecimiento existentes. La complejidad de las opciones compuestas, su papel en dar forma a la estrategia de la empresa e, incluso, su impacto en la supervivencia de la organización, requieren un análisis más profundo. Una empresa debe considerar estos proyectos como parte de un grupo mayor de proyectos o como un conjunto de decisiones de inversión que se extiende a lo largo del tiempo. Dada la estrategia de la empresa, los ejecutivos deberían preguntarse si una opción en particular proporcionará las oportunidades de inversión convenientes en los mercados apropiados, dentro de un marco temporal adecuado, a las necesidades de su empresa.

4. La empresa debe separar los proyectos que requieren una decisión inmediata sobre la totalidad del proyecto, de aquellos en los que tiene flexibilidad para decidir en el futuro. Finalmente, la empresa debe preguntarse si puede conseguir totalmente los beneficios de la opción o si éstos estarán también disponibles para otros competidores.

5. Al considerar las oportunidades de inversión desde el punto de vista de la valoración de opciones, será más fácil que los directivos reconozcan que: a) el VAN convencional puede infravalorar determinados proyectos al suprimir el valor de las opciones presentes en el proyecto; b) se pueden aceptar proyectos con VAN negativo si el valor de la opción asociada a la flexibilidad futura supera el VAN de los *cash flows* esperados del proyecto, y c) la magnitud de la infravaloración y la medida en que los directivos podrían invertir justificadamente más de lo que dictan las reglas convencionales del VAN se pueden cuantificar mediante la teoría de opciones[14].

6. El marco de las opciones indica que el valor de la flexibilidad futura de la dirección es mayor en entornos más inciertos. Este valor es mayor en períodos con tipos de interés altos y cuanto mayor duración tienen las oportunidades de inversión. Por consiguiente, a diferencia de lo que se cree generalmente, mayor incertidumbre, tipos de interés altos y horizontes de inversión más

[14] Buenos estudios sobre la aplicación de las opciones reales a las empresas mineras son Moel y Tufano (2000a y 2000b).

lejanos (cuando se puede aplazar una parte de la inversión), no son necesariamente perjudiciales para el valor de una oportunidad de inversión. A pesar de que estas variables reducen el VAN estático de un proyecto, también pueden provocar un aumento del valor de las opciones del proyecto (valor de la flexibilidad de la dirección) que puede contrarrestar el efecto negativo anterior.

7. Una opción real sólo será valiosa si proporciona una ventaja competitiva sostenible. Esta ventaja competitiva depende fundamentalmente de la naturaleza de los competidores (normalmente, si la competencia es intensa y los competidores son fuertes, la sostenibilidad será menor) y de la naturaleza de la ventaja competitiva (si es un recurso escaso, por ejemplo terrenos edificables escasos, la sostenibilidad será mayor).

10. Uso del método binomial para valorar las opciones reales

10.1. Valoración de un proyecto

Una empresa tiene la oportunidad de acometer un proyecto de inversión que requiere una inversión inicial de 60 millones de euros. El proyecto consiste en el desarrollo de un nuevo producto. Existe una gran incertidumbre acerca de la aceptación de dicho producto por el mercado. Pero dentro de un año se habrá disipado esta incertidumbre y se sabrá si dicho producto es aceptado por el mercado o no. Para simplificar, se supone que sólo hay dos posibles escenarios futuros:

- El nuevo producto es bien aceptado. En este caso, el valor del proyecto dentro de un año se estima en 200 millones (valor de los flujos futuros descontados).

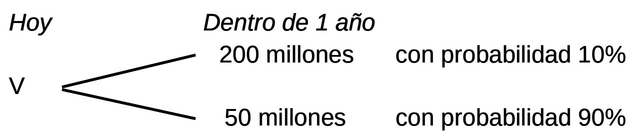
- El nuevo producto es mal aceptado. En este caso, el valor del proyecto dentro de un año se estima en 50 millones (valor de los flujos futuros descontados).

La tasa anual de interés sin riesgo es 10%.

La empresa CCC, cotizada en bolsa, se dedica exclusivamente al desarrollo de un producto idéntico al nuestro. El mercado espera que dentro de un año el valor de estas acciones sea 40.000 euros/acción si el producto es un éxito, y 10.000 euros/acción en caso contrario. La rentabilidad exigida a estas acciones es el 30%. Las acciones de dicha empresa se cotizan a 10.000 euros por acción, porque el mercado es poco optimista acerca del éxito del nuevo producto. Nótese que la cotización nos indica que las probabilidades de éxito se estiman en un 10%, y las de fracaso, en un 90%. El valor de la acción hoy (So) es, por consiguiente:

So = E (S_1) / (1 + rentabilidad exigida) = [40.000 x 0,1 + 10.000 x 0,9] / 1,3 = 10.000 euros

La cuestión que se plantea es: ¿debemos aceptar el proyecto de inversión?



Si utilizamos el valor actual neto para tomar la decisión, haremos la siguiente operación:

VAN = E (V_1) / (1 + rentabilidad exigida) – coste = ([200 x 0,1 + 50 x 0,9] / 1,3) - 60 = -10 millones

Por consiguiente, si nos guiamos por el VAN, no deberíamos realizar este proyecto, porque el coste de emprenderlo (60 millones) es superior al valor esperado de lo que podemos obtener de él (50 millones).

Si utilizamos la teoría de opciones, en este caso obtenemos el mismo resultado, porque *este proyecto no es una opción*. El movimiento previsto para las acciones de la empresa CCC es:

Hoy	*Dentro de 1 año*	
	40.000 euros	con probabilidad 10%
10.000 euros		
	10.000 euros	con probabilidad 90%

Por consiguiente[15], u = 4; d = 1; r = 1,1. p = 0,0333. El valor del proyecto (V), de acuerdo a la teoría de opciones, es:

V = [p V_u + (1-p) V_d] / r - coste = ([200 x 0,03333 + 50 x 0,9666] / 1,1) - 60 = -10 millones

El valor del proyecto resulta -10 millones de euros, porque podemos replicar lo que suceda dentro de un año comprando 5.000 acciones de la empresa CCC:

Δ = (V_u - V_d) / [(u - d) S] = (200 - 50) / [(4 - 1) x 10.000] = 5.000 acciones

B = (u V_d - d V_u) / [(u - d) r] = (4 x 50 - 1 x 200) / [(4 - 1) x 1,1] = 0 euros

Así, si el producto resulta un éxito, las 5.000 acciones valdrán 200 millones, y si el producto resulta un fracaso, valdrán 50 millones. Por consiguiente, el valor de este proyecto es:

5.000 acciones x 10.000 euros/acción - 60 millones = -10 millones

Dicho de otro modo, no acometeríamos el proyecto porque obtener 200 millones si el producto resulta o 50 si no resulta, es más barato comprando acciones de la empresa CCC (50 millones) que realizando la inversión (60 millones).

10.2. Valoración de la opción de ampliar el proyecto

Supongamos el mismo proyecto del apartado anterior, pero con una característica adicional: dentro de un año, la empresa podrá ampliar el proyecto un 100% invirtiendo de nuevo 60 millones de euros adicionales. Es evidente que dentro de un año la empresa sólo ampliará instalaciones en el caso de que el producto resulte un éxito.

15 p = (r-d)/(u-d). Este parámetro procede de la existencia de arbitraje, esto es, del hecho de que la opción se puede replicar con acciones de la empresa CCC y bonos. El lector interesado en profundizar en el método binomial puede consultar el capítulo 12 de Fernández (1996a).

El proyecto se puede representar ahora como:

Hoy	*Dentro de 1 año*	
	200 + (200 - 60) millones	con probabilidad 10%
V		
	50 millones	con probabilidad 90%

Si utilizamos el valor actual neto para tomar la decisión, realizaremos la siguiente operación:

VAN = E (V_1) / (1 + rentabilidad exigida) – coste = ([340 x 0,1 + 50 x 0,9] / 1,3) - 60 = 0,769 millones

Por consiguiente, si nos guiamos por el VAN, deberíamos realizar este proyecto, porque el coste de emprenderlo hoy (60 millones) es inferior a lo que esperamos obtener de él (60,769 millones).

Si utilizamos la teoría de opciones, obtenemos el resultado opuesto. En este caso, el proyecto sí es una opción: en el año 1, después de conocerse si el producto es un éxito o un fracaso, la empresa tiene la posibilidad de ampliar el proyecto un 100%, invirtiendo 60 millones de euros adicionales. El valor del proyecto (V), de acuerdo a la teoría de opciones, es:

$V = [p\ V_u + (1\text{-}p)\ V_d] / r$ - coste = ([340 x 0,03333 + 50 x 0,9666] / 1,1) - 60 = -5,7575 millones

El valor del proyecto resulta -5,7575 millones de euros, porque podemos replicar lo que suceda dentro de un año comprando 9.667 acciones de la empresa CCC y tomando prestados 42,4242 millones de euros al 10%, como puede comprobarse a continuación:

$\Delta = (V_u - V_d) / [(u - d)\ S]$ = (340 - 50) / [(4 - 1) x 10.000] = 9.666,66 acciones

$B = (u\ V_d - d\ V_u) / [(u - d)\ r]$ = (4 x 50 - 1 x 340) / [(4 - 1) x 1,1] = -42,4242 millones

Así, si el producto resulta un éxito, las 9.667 acciones valdrán 386,67 millones y deberemos devolver 46,67 millones (42,4242 x 1,1) del crédito. Si el producto resulta un fracaso, las acciones valdrán 96,67 millones y tendremos que devolver 46,67 millones del crédito. Por consiguiente, el valor de este proyecto es:

9.667 acciones x 10.000 euros/acción - 42,4242 millones - 60 millones = -5,7575 millones

Dicho de otro modo, no acometeríamos el proyecto porque obtener 340 millones si el producto resulta o 50 si no resulta, es más barato formando la cartera réplica (comprando 9.667 acciones de la empresa CCC y tomando 42,4242 millones de euros prestados, lo que nos cuesta hoy 54,25 millones) que realizando la inversión (60 millones).

Podemos calcular fácilmente el valor de la opción de ampliar:

Valor de la opción de ampliar = Valor proyecto con opción de ampliar - valor del proyecto sin opción de ampliar

Valor de la opción de ampliar = - 5,7575 - (-10) = 4,2424 millones de euros

Otro modo de calcular el valor de la opción de ampliar es:

Valor de la opción de ampliar = (140 x 0,03333 + 0 x 0,96666) / 1,1 = 4,2424 millones

10.3. Valoración de la opción de aplazar la inversión

Supongamos el mismo proyecto del Apartado 10.1, pero con una característica adicional: la empresa puede aplazar el comienzo del proyecto hasta dentro de un año. La inversión requerida dentro de un año será de 80 millones de euros. Es evidente que dentro de un año la empresa sólo acometerá el proyecto en el caso de que el producto resulte un éxito para la empresa CCC.

El proyecto se puede representar ahora como:

Hoy	*Dentro de 1 año*	
	(200 - 80) millones	con probabilidad 10%
V		
	0 millones	con probabilidad 90%

Si utilizamos el valor actual neto para tomar la decisión, haremos la siguiente operación:

VAN = E (V_1) / (1 + rentabilidad exigida) = ([120 x 0,1 + 0 x 0,9] / 1,3) = 9,2308 millones

Por consiguiente, si nos guiamos por el VAN, deberíamos mantener este proyecto y esperar hasta dentro de un año para decidir si invertir o no.

Si utilizamos la teoría de opciones, obtenemos un resultado distinto. El valor del proyecto (V), de acuerdo a la teoría de opciones, es:

$V = [p\ V_u + (1\text{-}p)\ V_d] / r$ = ([120 x 0,03333 + 0 x 0,9666] / 1,1) = 3,6363 millones

El valor del proyecto resulta 3,6363 millones de euros, porque podemos replicar lo que suceda dentro de un año comprando 4.000 acciones de la empresa CCC y tomando prestados 36,3636 millones de euros al 10%, como puede verse a continuación:

$\Delta = (V_u - V_d) / [(u - d)\ S]$ = (120 - 0) / [(4 - 1) x 10.000] = 4.000 acciones

$B = (u\ V_d - d\ V_u) / [(u - d)\ r]$ = (4 x 0 - 1 x 120) / [(4 - 1) x 1,1] = -36,3636 millones

Así, si el producto resulta un éxito, las 4.000 acciones valdrán 160 millones y deberemos devolver 40 millones (36,3636 x 1,1) del crédito. Si el producto resulta un fracaso, las acciones valdrán 40 millones y deberemos devolver 40 millones del crédito. Por consiguiente, el valor de este proyecto es:

4.000 acciones x 10.000 euros/acción - 36,3636 millones = 3,6363 millones

El valor de la opción de aplazar la inversión es, por tanto: 3,6363 - (-10) = 13,6363 millones.

Otro modo de calcular el valor de la opción de aplazar la inversión es[16]:

Valor de la opción de aplazar la inversión = (-80 x 0,03333 - 50 x 0,96666) / 1,1 + 60 = 13,6363 millones

[16] McDonald y Siegal (1986) proporcionan un tratamiento más riguroso de estas opciones.

10.4. Valoración de la opción de utilizar la inversión para usos alternativos

Supongamos el mismo proyecto del Apartado 10.1, pero con una característica adicional: dentro de un año, la empresa podrá vender sus instalaciones por 62 millones de euros. Es evidente que dentro de un año la empresa venderá sus instalaciones en el caso de que el producto resulte un fracaso.

El proyecto se puede representar ahora como:

Hoy	*Dentro de 1 año*	
V	200 millones	con probabilidad 10%
	62 millones	con probabilidad 90%

Si utilizamos el valor actual neto para tomar la decisión, haremos la siguiente operación:

$VAN = E\ (V_1)\ /\ (1 + \text{rentabilidad exigida}) - \text{coste} = [200 \times 0{,}1 + 62 \times 0{,}9]\ /\ 1{,}3 - 60 = -1{,}692$ millones

Por consiguiente, si nos guiamos por el VAN, no deberíamos aceptar este proyecto.

Si utilizamos la teoría de opciones, obtenemos un resultado distinto. El valor del proyecto (V), de acuerdo a la teoría de opciones, es:

$V = [p\ V_u + (1\text{-}p)\ V_d]\ /\ r - \text{coste} = ([200 \times 0{,}03333 + 62 \times 0{,}9666]\ /\ 1{,}1) - 60 = 0{,}5454$ millones

El valor del proyecto resulta 545.454 euros, porque podemos replicar lo que suceda dentro de un año comprando 4.600 acciones de la empresa CCC e invirtiendo 14,5454 millones de euros al 10%, como puede comprobarse a continuación:

$\Delta = (V_u - V_d)\ /\ [(u - d)\ S] = (200 - 62)\ /\ [(4 - 1) \times 10.000] = 4.600$ acciones

$B = (u\ V_d - d\ V_u)\ /\ [(u - d)\ r] = (4 \times 62 - 1 \times 200)\ /\ [(4 - 1) \times 1{,}1] = 14{,}5454$ millones

Así, si el producto resulta un éxito, las 4.600 acciones valdrán 184 millones y nuestra inversión en renta fija 16 millones (14,5454 x 1,1). Si el producto resulta un fracaso, las acciones valdrán 46 millones y nuestra inversión en renta fija 16 millones. Por consiguiente, el valor de este proyecto es:

4.600 acciones x 10.000 euros/acción + 14,5454 millones - 60 millones = 0,5454 millones

El valor de la opción de utilizar la inversión para usos alternativos es, por tanto:

0,545454 - (-10) = 10,545454 millones

Otro modo de calcular el valor de la opción de utilizar la inversión para usos alternativos es:

Opción de utilizar la inversión para usos alternativos = (0 x 0,03333 + 12 x 0,96666) / 1,1 = 10,5454 millones

Otro ejemplo de opción real se da cuando una empresa eléctrica se plantea la construcción de una central térmica que pueda utilizar tanto derivados del petróleo como carbón, en el proceso de generación de electricidad[17]. Lógicamente, se debe construir una planta de estas características en lugar de una planta que utilice sólo derivados del petróleo (aunque el coste de

[17] Margrabe (1978) ilustra este aspecto.

la primera sea superior) cuando el exceso de coste sea inferior al valor de la opción de utilizar carbón cuando el precio del petróleo sea suficientemente mayor que el del carbón.

11. Errores frecuentes al valorar opciones reales

El mejor modo de analizar errores frecuentes al valorar opciones reales es a través de un ejemplo.

Damodaran (2000a, página 38) aborda la valoración de la opción de ampliar el negocio de Home Depot, que considera la posibilidad de abrir una tienda en Francia. El coste de la tienda será de 24 millones de euros, y el valor actual de los flujos esperados, 20 millones de euros. Por consiguiente, el valor del proyecto sería –4 millones y no convendría. Sin embargo, Home Depot cree que por el hecho de abrir esta tienda tendrá la opción de abrir otra mayor en los próximos cinco años. El coste de la hipotética segunda tienda sería 40 millones de euros, y el valor actual de los flujos esperados es 30 millones de euros, aunque existe mucha incertidumbre respecto a este parámetro. Home Depot estima que la volatilidad del valor actual de los flujos esperados de la segunda tienda es 28,3%. Damodaran valora la opción de abrir la segunda tienda utilizando la fórmula de Black y Scholes. Según él, la opción de abrir la segunda tienda es una *call* con los siguientes parámetros:

Opción de abrir la segunda tienda = *Call* (S = 30; K = 40; r = 1,06; t = 5 años; σ = 28,3%) = 7,5 millones de euros

Por consiguiente, según Damodaran, Home Depot debería abrir la tienda en Francia porque el valor actual del proyecto, más el valor de la opción de ampliar, es –4 + 7,5 = 3,5 millones de euros.

Algunos errores y problemas de este planteamiento son:

- Suponer que la opción es replicable. Por este motivo, la valoración se realiza utilizando la fórmula de Black y Scholes. Es bastante obvio que la opción de abrir una segunda tienda no es replicable[18].

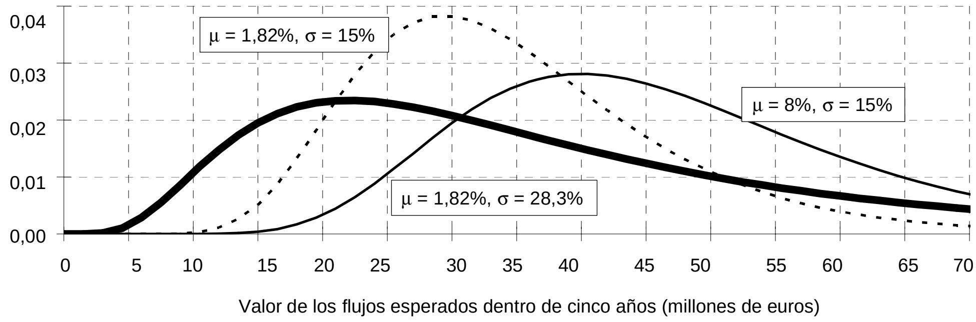
- La estimación de la volatilidad de la opción es arbitraria y afecta decisivamente al valor de la opción. Las hipótesis de Damodaran de volatilidad (28,3%), del valor actual de los flujos esperados (30 millones), de la vida de la opción (5 años) y de que la opción es replicable ($\mu = \ln(r) - \sigma^2/2 = 1{,}82\%$), se concretan en la distribución de los flujos esperados dentro de cinco años que se presenta en la Figura 7[19].

[18] Para tratar de obviar la no replicabilidad, Amram y Kulatilaka (2000, página 10) definen opciones reales como «el subconjunto de las opciones estratégicas en las cuales la decisión de ejercer la opción viene determinada fundamentalmente por instrumentos financieros o bienes negociados en mercados». El problema es que, según esta definición, sólo serían opciones reales algunas concesiones petrolíferas y mineras.

[19] La volatilidad del 28,3% supuesta por Damodaran implica que el valor de los flujos esperados dentro de cinco años estará comprendido entre 22 y 79 con una probabilidad del 66%; y entre 12 y 149 con una probabilidad del 95%.

Figura 7

Distribución de los flujos esperados dentro de cinco años según Damodaran



Es obvio que una volatilidad del 28,3% anual implica suponer una enorme dispersión de los flujos, análoga a no tener ni idea sobre los mismos. Una cosa es que mayor incertidumbre aumente el valor de las opciones reales y otra que las opciones reales sean muy valiosas (que acometamos proyectos) por no tener ni idea de qué puede suceder en el futuro. La Figura 7 muestra también cómo son dos distribuciones con volatilidad anual del 15%.

- Al no existir arbitraje, el valor de la opción de ampliar depende sustancialmente de las expectativas de Home Depot sobre los flujos futuros. Sin embargo, Damodaran supone que este parámetro no influye en el valor de la opción (no lo utiliza) porque supone que la opción es replicable.

- No es apropiado descontar el valor esperado de los flujos a la tasa sin riesgo (como se hace implícitamente al utilizar la fórmula de Black y Scholes). Aunque una opción real se ejercerá cuando se resuelva alguna incertidumbre futura (en este caso, si la primera tienda es un éxito), esto no significa que sea un proyecto sin riesgo. El valor actual de los flujos (30 millones en el ejemplo precedente) se calcula con una tasa que refleja el riesgo estimado hoy. Una vez conocido el resultado de la primera tienda, si es un fracaso, no se abrirá la segunda; si es un éxito, se abrirá la segunda, pero el proyecto de apertura de la segunda tienda sí que tendrá todavía riesgos: incertidumbre de costes y de ventas dentro de cinco años que puede ser superior o inferior a la estimada hoy. Por eso hay que descontar los flujos a una tasa (r_K) superior a la tasa sin riesgo.

La Tabla 6 muestra el valor de la opción de abrir la segunda tienda utilizando la fórmula 6 para una opción no replicable. La Tabla muestra que el valor de la opción de abrir la segunda tienda compensa los 4 millones de euros de valor negativo derivados de la apertura de la primera tienda si:

1. Con volatilidades bajas la empresa tiene muy buenas perspectivas sobre los flujos de la segunda (μ grande).

2. La volatilidad es muy elevada. En este caso, incluso con expectativas muy desfavorables respecto a los flujos futuros (μ negativa), el valor de la opción resulta elevado. Pero, como ya hemos comentado anteriormente, estos valores no se deben tener muy en cuenta. Si los tuviéramos en cuenta, las empresas deberían establecerse en aquellos países en los que tienen más incertidumbre (países que no conocen o países sobre los que no tienen ni idea del futuro), porque la opción de ampliar en el futuro sería muy valiosa.

Tabla 6

Valor de la opción de ampliar de Home Depot en función de las expectativas de μ y volatilidad, r_K = 1,09; S = 30; K = 40; t = 5 años (millones de euros)

(En itálica la probabilidad de ejercer la opción)

		μ											
		-20,0%	-10,0%	-5,0%	0,0%	1,82%	4,0%	5,0%	6,0%	7,0%	8,0%	9,0%	10,0%
σ	1,0%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	1,7	3,1	**4,6**	**6,2**
		0,0%	*0,0%*	*0,0%*	*0,0%*	*0,0%*	*0,0%*	*4,6%*	*70,9%*	*99,7%*	*100%*	*100%*	*100%*
	5,0%	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,8	1,4	2,3	3,5	**4,9**	**6,4**
		0,0%	*0,0%*	*0,0%*	*0,5%*	*3,9%*	*21,6%*	*36,8%*	*54,4%*	*71,1%*	*84,2%*	*92,7%*	*97,1%*
	10,0%	0,0	0,0	0,0	0,3	0,7	1,5	2,1	2,9	3,8	**4,8**	**6,1**	**7,4**
		0,0%	*0,0%*	*0,8%*	*9,9%*	*19,0%*	*34,7%*	*43,3%*	*52,2%*	*61,0%*	*69,2%*	*76,6%*	*82,9%*
	15,0%	0,0	0,0	0,2	1,1	1,8	3,0	3,7	**4,6**	**5,5**	**6,6**	**7,8**	**9,2**
		0,0%	*0,9%*	*5,4%*	*19,6%*	*27,9%*	*39,7%*	*45,5%*	*51,5%*	*57,4%*	*63,1%*	*68,6%*	*73,7%*
	20,0%	0,0	0,2	0,8	2,3	3,3	**4,8**	**5,6**	**6,6**	**7,6**	**8,8**	**10,1**	**11,5**
		0,2%	*3,9%*	*11,5%*	*26,0%*	*33,0%*	*42,2%*	*46,6%*	*51,1%*	*55,5%*	*59,9%*	*64,2%*	*68,3%*
	25,0%	0,1	0,7	1,7	3,9	**5,1**	**6,9**	**7,9**	**8,9**	**10,1**	**11,3**	**12,7**	**14,2**
		1,1%	*7,9%*	*16,8%*	*30,3%*	*36,2%*	*43,8%*	*47,3%*	*50,9%*	*54,4%*	*58,0%*	*61,4%*	*64,8%*
	28,3%	0,2	1,1	2,5	**5,2**	**6,5**	**8,5**	**9,5**	**10,7**	**11,9**	**13,3**	**14,7**	**16,3**
		2,1%	*10,7%*	*19,8%*	*32,5%*	*37,8%*	*44,5%*	*47,6%*	*50,8%*	*53,9%*	*57,0%*	*60,1%*	*63,1%*
	30,0%	0,2	1,4	3,0	**5,9**	**7,3**	**9,4**	**10,5**	**11,7**	**13,0**	**14,4**	**15,9**	**17,5**
		2,7%	*12,0%*	*21,1%*	*33,4%*	*38,5%*	*44,8%*	*47,8%*	*50,7%*	*53,7%*	*56,6%*	*59,6%*	*62,4%*
	35,0%	0,6	2,5	**4,7**	**8,2**	**10,0**	**12,4**	**13,6**	**15,0**	**16,5**	**18,0**	**19,7**	**21,5**
		5,0%	*15,7%*	*24,6%*	*35,7%*	*40,1%*	*45,5%*	*48,1%*	*50,6%*	*53,2%*	*55,7%*	*58,2%*	*60,7%*
	40,0%	1,2	**4,0**	**6,8**	**11,1**	**13,2**	**16,0**	**17,4**	**19,0**	**20,6**	**22,4**	**24,3**	**26,3**
		7,5%	*18,9%*	*27,4%*	*37,4%*	*41,3%*	*46,1%*	*48,3%*	*50,5%*	*52,8%*	*55,0%*	*57,2%*	*59,4%*
	55,0%	**4,9**	**11,4**	**16,8**	**24,3**	**27,7**	**32,2**	**34,5**	**36,9**	**39,5**	**42,2**	**45,1**	**48,2**
		14,8%	*26,1%*	*33,1%*	*40,8%*	*43,6%*	*47,2%*	*48,8%*	*50,4%*	*52,0%*	*53,6%*	*55,3%*	*56,9%*

- La valoración de Damodaran supone que conocemos exactamente el coste de apertura de la segunda tienda y que será 40 millones de euros. Obviamente hay incertidumbre en cuánto costará abrir una tienda en los próximos cinco años. La fórmula (6) utilizada en la Tabla 6 supone que el riesgo del coste de apertura es igual al riesgo de los flujos derivados de la apertura de la tienda, lo cual no es del todo correcto. Normalmente, los flujos derivados de la apertura de la tienda tendrán más riesgo que el coste de apertura y deberán ser descontados a una tasa mayor.

Otros errores:

- Creer que cuando suben los tipos de interés aumenta el valor de las opciones reales. Por ejemplo, Leslie y Michaels (1997, página 14) dicen que «un aumento del tipo de interés aumenta el valor de la opción, a pesar de su efecto negativo en el valor actual neto, porque reduce el valor actual del precio de ejercicio». Esto es un error, porque siempre es mayor el efecto negativo que tiene la subida de los tipos de interés sobre el valor actual de los flujos esperados (al igual que sobre el valor de las acciones) que el efecto positivo de reducción del valor actual del precio de ejercicio.

- "Jugar" con la volatilidad. Un ejemplo es la mejor aclaración de a qué nos referimos por "jugar". Para valorar una concesión petrolífera de la que tenemos incertidumbre acerca del número de barriles, Damodaran (1999) propone calcular la volatilidad (σ) del siguiente modo: $\sigma^2 = \sigma_p^2 + \sigma_q^2 + \sigma_{pq}$, donde σ_p es la volatilidad del precio del petróleo, σ_q la volatilidad de la cantidad de barriles de petróleo, y σ_{pq} la covarianza entre precio y cantidad. Al margen de las dificultades de estimar los parámetros σ_q y σ_{pq}, es evidente que de este modo asignaremos un mayor valor a la opción al asignarle una volatilidad elevada. Cuantas más fuentes de incertidumbre, mayor será la volatilidad.

- Valorar como opciones reales contratos que no lo son. Por ejemplo, el contrato en poder de Aurea, empresa concesionaria de autopistas, en virtud del cual Dragados ofrecerá a Aurea todos los contratos de explotación de concesiones de autopistas en cuya construcción participe. El precio al que Dragados ofrecerá a Aurea cada concesión será el 95% del valor que determine (en el momento del ofrecimiento, al final de la concesión) un valorador independiente que cuente con el beneplácito de Dragados y Aurea. Esta tiene la opción de comprar (en ese momento) los recursos propios de cada concesión por el 95% del valor que determine (en el momento del ofrecimiento) el valorador independiente[20]. Si Aurea ejerce la opción, comprará a Dragados los recursos propios y asumirá la deuda de la autopista. Parece que este contrato está compuesto por un conjunto de opciones reales, una opción *call* por cada concesión. Sin embargo, cada una de las opciones *call* que forman el contrato es una opción *call* que estará *in-the-money* [21] el día del ejercicio.

En este caso, el precio del subyacente es el valor determinado por el valorador (V), y el precio de ejercicio es el 95% de dicho valor (0,95 V). Por consiguiente, no existe ninguna incertidumbre (desde un planteamiento únicamente económico) en cuanto al ejercicio futuro de las opciones: todas y cada una de las opciones se ejercerán puesto que permiten comprar por 0,95 V una concesión de valor V.

Esta opción es análoga a una *call* sobre una acción de Telefónica cuyo precio de ejercicio será el 95% del precio de la acción de Telefónica en el momento del ejercicio. ¿Cuál es el valor de esta *call*? Es el 5% del precio de la acción de Telefónica hoy, independientemente de la fecha de ejercicio y de la volatilidad.

El valor del contrato que posee Aurea es, por consiguiente, el valor actual del 5% del valor de los recursos propios de las concesiones que Dragados ofrecerá a Aurea durante los próximos quince años[22].

---

[20] Las valoraciones de los valoradores independientes (que contarán con el beneplácito de Dragados y Valora) de cada concesión son muy precisas, según opinión de directivos de Valora.

[21] Una opción *call in-the-money* es una opción cuyo precio de ejercicio es inferior al precio del subyacente.

[22] Cabría considerar más años asignando una probabilidad a que se renueve el contrato al cabo de los quince años.

12. Métodos de valoración de opciones reales

Las opciones reales se pueden valorar con los siguientes métodos:

- Si son replicables, con la fórmula de Black y Scholes, con las fórmulas desarrolladas para valorar opciones exóticas[23], por simulación, con la fórmula binomial o por resolución de las ecuaciones diferenciales que caracterizan las opciones.

- Si no son replicables, por cualquiera de los métodos anteriores, pero teniendo en cuenta la no replicabilidad. Por ejemplo, no se puede aplicar directamente la fórmula de Black y Scholes, sino que se debe utilizar la fórmula modificada, presentada en el Apartado 7.

Como ejercicio, propongo al lector que piense cómo valorar la empresa agropecuaria de mi amigo argentino:

Querido Pablo: El motivo de este mensaje es hacerte una breve consulta acerca del uso de las opciones reales. Sucede que estoy valorando una empresa agropecuaria que posee una serie de chacras en la provincia de Salta. Una de las chacras (cuyo valor sin opciones ya he calculado) se encuentra entre dos ciudades. Las ciudades han crecido, y muy cerca se ha construido un barrio privado. Existe la posibilidad concreta de un desarrollo urbano en el futuro, y de producirse, la tierra podría llegar a valer ocho veces más que su valor como explotación agropecuaria. El punto es que a medida que pase el tiempo, la probabilidad de ocurrencia de esto será mayor. ¿Podría tener tu opinión?

Ultimo ejercicio. Propongo al lector que identifique los errores cometidos en la valoración de Yahoo que se presenta en la Tabla 7. La valoración fue realizada por una prestigiosa empresa de consultoría internacional utilizando lo que denominaba "un modelo de valoración innovador"[24].

El valor de las acciones (93.355 millones de dólares) es la suma del valor actual de los flujos (52.946 millones) y del valor de las opciones reales (40.409), un descuento de flujos y el valor de las opciones reales. El valor actual de los flujos procede de actualizar al 13,3% las previsiones de *free cash flow*. El valor de las opciones procede de utilizar la fórmula de Black y Scholes con los parámetros que se presentan en la Tabla 7.

---

[23] El lector interesado puede consultar Fernández (1996b y 1996c).

[24] La empresa consultora afirmaba además que «la ventaja de esta metodología radica en que permite llegar a valoraciones absolutas de compañías de Internet, huyendo de las siempre peligrosas valoraciones relativas al sector».

Tabla 7

Valoración de Yahoo realizada por una prestigiosa empresa de consultoría internacional

1. Valor de los flujos

(Millones de dólares)	1999	2000	2001	2002	2003	2004	Valor terminal
Ventas	589	1.078	1.890	3.034	4.165	5.640	
EBIT	188	399	756	1.365	1.999	2.876	
Free cash flow	103	216	445	842	1.255	1.832	104.777
Valor actual del *free cash flow*	52.346						
más: tesorería neta	600						
Valor de los fondos propios	52.946						

Tasa libre de riesgo: 6,3%. *Risk premium* del mercado: 4%. Beta de Yahoo: 1,74. WACC = 13,3%
Crecimiento a largo plazo del *free cash flow*: 8,25%

2. Valor de las opciones (millones de dólares)

Comercio electrónico	
Valor actual de las ventas	37.684
Tiempo hasta el ejercicio (años)	5
Precio de ejercicio	37.684
Volatilidad	88,4%
1 + tipo de interés anual	1,133
Valor de la opción (ventas)	**29.017**
Margen neto	45,17%
Valor de la opción (flujos)	**13.107**

Ingresos por publicidad	
Valor actual de las ventas	79.531
Tiempo hasta el ejercicio (años)	5
Precio de ejercicio	79.531
Volatilidad	85,9%
1 + tipo de interés anual	1,133
Valor de la opción (ventas)	**60.445**
Margen neto	45,17%
Valor de la opción (flujos)	**27.303**

3. Valor de las acciones de Yahoo (millones de dólares)

Valor actual de los flujos	52.946
Valor de la opción sobre el comercio electrónico	13.107
Valor de la opción sobre los ingresos por publicidad	27.303
Valor de las acciones de Yahoo	**93.355**

Algunas preguntas para ayudar al lector a identificar errores:

- Según las previsiones de flujos, ¿cuál sería el tamaño de Yahoo en 2010, en 2020 y en 2050? ¿Cuántos años tardará Yahoo en tener un *free cash flow* superior al PIB de Estados Unidos?

- ¿Es correcto afirmar que el valor de la empresa es el valor actual de los flujos esperados más opciones sobre esos mismos flujos?

- ¿Tiene sentido utilizar el WACC como tipo de interés para calcular el valor de las opciones?

- ¿Qué sentido tiene el plazo de cinco años que se utiliza para calcular el valor de las opciones?

- ¿Qué opina sobre la hipótesis de que el activo subyacente de las opciones es el valor actual de las ventas?

- ¿Es correcto utilizar la fórmula de Black y Scholes para valorar las opciones?

- ¿Qué le parecen las volatilidades utilizadas para valorar las opciones?

Por último, añadir que la capitalización de Yahoo en enero de 2001 fue de 15.287 millones de dólares, y en diciembre de 2003, de 29.600 millones de dólares.

Anexo 1

Una derivación de la fórmula de Black y Scholes[25]. Valoración de una opción de compra

En el desarrollo de este Anexo demostraremos la fórmula de Black y Scholes para la valoración de una opción de compra sobre una acción (por tanto, una opción replicable) por el procedimiento más sencillo. Suponemos que la rentabilidad de la acción sigue un proceso normal y que el precio de la acción sigue una trayectoria de la forma:

[1] $$S_t = S\, e^{(\mu t + \sigma \varepsilon \sqrt{t})}$$

El valor esperado de la acción viene dado por la ecuación:

[2] $$E(S_t) = S\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t}$$

Donde: μ = rentabilidad esperada por el inversor por unidad de tiempo. $\mu t = E\,[\ln (S_t / S)]$
σ= volatilidad anual de la acción en tanto por uno
ε= variable aleatoria normal de media cero y varianza igual a la unidad

El valor de la opción de compra en el momento actual (t = 0) ha de ser, por definición, el valor actual neto de los flujos futuros derivados de ella. Conocemos el flujo de dinero que recibirá el poseedor de la opción en la fecha de ejercicio, esto es, el máximo de los valores (S_t-K) y 0: Max (S_t-K, 0). Por consiguiente:

$$C = VAN\,[Max\,(S_t - K, 0)] = VAN\,[(S_t - K)/\, St > K]\, P[S_t > K] + VAN\,[0]\, P[S_t > K] =$$

[3] $$= VAN\,[S_t / S_t > K]\, P[S_t > K] - VAN\,[K / S_t > K]\, P[S_t > K]$$

Antes de pasar al cálculo de la ecuación [3] conviene precisar una cuestión importante. Si dos inversores calculasen el VAN de la opción utilizando distintas expectativas sobre el valor futuro de la acción (con distintas μ), obtendrían distintos resultados. Pero dos inversores, si coinciden en su expectativa de volatilidad, han de estar de acuerdo en el precio de la opción porque ésta puede replicarse con acciones y bonos. Por consiguiente –y esto es una regla general para valorar instrumentos financieros que pueden construirse a partir de otros (instrumentos replicables)–, no se puede calcular el VAN utilizando las expectativas de rentabilidad que el inversor tenga, sino que se debe utilizar una expectativa de rentabilidad que ha de estar fijada, de modo que todos los inversores utilicen la misma aunque tengan distintas expectativas.

Cuando un instrumento financiero se puede valorar por arbitraje –es replicable a partir de otros ya existentes–, las relaciones entre los precios se mueven en un espacio de probabilidad sin riesgo. En este espacio de probabilidad sin riesgo, el valor esperado del precio de una acción (cuyo precio hoy es S euros) es igual al valor esperado de invertir esos euros a la tasa sin riesgo:

[4] $$E(S_t) = S\, e^{(\mu + \sigma^2/2)t} = Sr^t$$

[25] La fórmula apareció publicada por primera vez en F. Black y M. Scholes: "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *The Journal of Political Economy*, mayo-junio de 1973, págs. 637-654.

porque siendo r = 1+ tasa sin riesgo:

[5] $\mu = \ln(r) - \sigma^2/2$

***Cálculo de VAN [K / S_t > K] P[S_t > K]**

El valor actual de K, si $S_t > K$, será igual a su valor esperado actualizado a la tasa de descuento r. Este valor es K, que es un dato que conocemos. Así:

[6] $\text{VAN}[K / S_t > K] = r^{-t} E[K / S_t > K] = K r^{-t}$

Para calcular la probabilidad de que la opción se ejerza, esto es, la probabilidad de que el valor de la acción sea superior al precio de ejercicio en la fecha de ejercicio, tendremos en cuenta la ecuación [1]. De esta forma:

$$P[S_t > K] = P[S e^{(\mu t + \sigma \varepsilon \sqrt{t})} > K] = P[\mu t + \sigma \varepsilon \sqrt{t} > \ln(K/S)] = P[\varepsilon > -\frac{\ln(S/K) + \mu t}{\sigma\sqrt{t}}]$$

ε es una variable aleatoria normal de media cero y varianza igual a la unidad. En una distribución normal se cumple: $P[\varepsilon > -H] = P[\varepsilon < H]$.

Por consiguiente: $P[S_t > K] = P[\varepsilon < \frac{\ln(S/K) + \mu t}{\sigma\sqrt{t}}]$

Considerando [5] y sustituyendo en la ecuación anterior, obtenemos:

$$P[S_t > K] = P[\varepsilon < \frac{\ln(S/K) + \ln(r^t) - t\sigma^2/2}{\sigma\sqrt{t}}]$$

Como ε es una distribución normal (0,1), se cumple:

$P[S_t > K] = N[\frac{\ln(Sr^t/K) - t\sigma^2/2}{\sigma\sqrt{t}}]$ Definiendo x como: $x = \frac{\ln(Sr^t/K) - t\sigma^2/2}{\sigma\sqrt{t}}$

obtenemos la expresión[26]: $P[S_t > K] = N(x - \sigma\sqrt{t})$. Teniendo en cuenta la ecuación [6]:

[7] $\text{VAN}[K / S_t > K] P[S_t > K] = K r^{-t} N(x - \sigma\sqrt{t})$

Cálculo de VAN [S_t / S_t > K] P[S_t > K]

El valor actual de S_t es igual a su valor esperado actualizado a la tasa de descuento r:

[26] Es importante darse cuenta que $P[S_t > K] = N(x - \sigma\sqrt{t})$ sólo si $\mu = \ln r - \sigma^2/2$. Esta última condición viene impuesta por el hecho de que la opción se puede replicar con acciones y bonos.

VAN $[S_t / S_t > K]$ $P[S_t > K] = r^{-t} E[S_t / S_t > K] P[S_t > K] = E[S_t / S_t > K] P[S_t > K] =$

$$= \int_{-x+\sigma\sqrt{t}}^{\infty} S e^{\left(\mu t+\sigma\varepsilon\sqrt{t}\right)} \frac{e^{-\varepsilon^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\varepsilon = S e^{\mu t} \int_{-x+\sigma\sqrt{t}}^{\infty} \frac{e^{\left(\sigma\varepsilon\sqrt{t} - \varepsilon^2/2\right)}}{\sqrt{2\pi}} d\varepsilon = S e^{\left(\mu+\sigma^2/2\right)t} \int_{-x+\sigma\sqrt{t}}^{\infty} \frac{e^{-\left(\frac{\sigma\sqrt{t} - \varepsilon}{2}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}} d\varepsilon =$$

Para resolver esta integral, realizamos un cambio de variable: $v = \sigma \sqrt{t} - \varepsilon$; $dv = -d\varepsilon$

Entonces: para $S_t = K$; $\varepsilon = -x + \sigma \sqrt{t}$; $v = x$. Para $S_t = \infty$; $\varepsilon=\infty$; $v = -\infty$

Con estos resultados: $E [S_t / S_t > K] P[S_t > K] = S e^{(\mu + \sigma^2/2)t} N(x)$

Por otro lado, teniendo en cuenta [4], se cumple que: $e^{(\mu + \sigma^2/2)t} = r^t$

Por tanto: $E [S_t / S_t > K] P[S_t > K] = Sr^t N(x)$. Por consiguiente:

[8] VAN $[S_t / S_t > K]$ $P[S_t > K] = r^{-t} E [S_t / S_t > K] P[S_t > K] = S N(x)$

Sustituyendo [7] y [8] en [3], obtenemos la fórmula de Black y Scholes para una *call*:

$$Call = S N(x) - K r^{-t} N(x - \sigma\sqrt{t}) \quad \text{siendo} \quad x = \frac{\ln (Sr^t/K) - t\sigma^2 / 2}{\sigma\sqrt{t}}$$

N(x) es una integral que no tiene una solución explícita. Sin embargo, la mayoría de los libros de estadística contienen tablas con la función de probabilidad acumulada de una distribución normal y muchas hojas de cálculo ya contienen la función N(x).

Una valoración alternativa puede encontrarse en Ariño y Fernández (1992).

Resumen

La valoración de una empresa o un proyecto que proporciona algún tipo de flexibilidad futura –opciones reales– no puede realizarse correctamente con las técnicas tradicionales de descuento de *cash flows* futuros. El empleo del VAN, sin tener en cuenta la posibilidad de no ejercer la opción, conduciría a resultados erróneos y decisiones equivocadas.

Utilizar las fórmulas de valoración de opciones financieras para valorar opciones reales sólo es posible si éstas se pueden replicar, ya que las fórmulas de valoración de opciones financieras se basan en la existencia de una cartera réplica.

Referencias

Amram, Martha y Nalin Kulatilaka (1999), «Real Options», Harvard Business School Press, edición traducida al castellano por Gestión 2000.

Amram, Martha y Nalin Kulatilaka (2000), «Strategy and Shareholder Value Creation: The Real Options Frontier», *Journal of Applied Corporate Finance*, volumen 13, nº 2, págs. 8-21.

Ariño, Miguel A. y Pablo Fernández (1992), «Valoración de activos financieros por el método de las martingalas», *Investigaciones Económicas*, volumen XVI, nº 1, págs. 89-97.

Black, F. y M. Scholes (1973), «The Pricing of Options and Corporate Liabilities», *The Journal of Political Economy*, mayo-junio, págs. 637-654.

Collura, M. y L. Applegate (2000), «Amazon.com: Exploiting the Value of Digital Business Infrastructure», caso de Harvard Business School nº 9-800-330.

Damodaran, Aswath (1999), «The Promise and Peril of Real Options», Working Paper, Stern School of Business.

Damodaran, Aswath (2000a), «The Promise of Real Options», *Journal of Applied Corporate Finance*, volumen 13, nº 2, págs. 29-44.

Fernández, Pablo (1996a), «Opciones, Futuros e Instrumentos Derivados», Ediciones Deusto.

Fernández, Pablo (1996b), «Derivados exóticos», documento de investigación del IESE nº 308.

Fernández, Pablo (1996c), «Valoración de opciones por simulación», documento de investigación del IESE nº 309.

Grenadier, S. y A. Weiss (1997), «Investment in technological innovations: An option pricing approach», *Journal of Financial Economics,* 44, págs. 397-416.

Kester, W. Carl (1984), «Today's Options for Tomorrow's Growth», *Harvard Business Review*, marzo-abril, págs. 153-160.

Leslie, K. J. y M. P. Michaels (1997), «The Real Power of Real Options», *The McKinsey Quarterly*, nº 3, págs. 5-22.

Luehrman, Timothy A. (1995), «Capital Projects as Real Options: An Introduction», Harvard Business School, 9-295-074.

Margrabe, William (1978), «The Value of an Option to Exchange One Asset For Another», *Journal of Finance*, 33, págs. 177-198.

McDonald R. y D. Siegal (1986), «The Value of Waiting to Invest», *Quantitative Journal of Economics,* 101, págs. 707-727.

Moel, Alberto y Peter Tufano (2000a), «When are real options exercised? An empirical study of mine closings», Working Paper, Harvard Business School.

Moel, Alberto y Peter Tufano (2000b), «Bidding for the Antamina Mine», en M. Brennan y L. Trigeorgis, eds., Project Flexibility, Agency, and Competition, Oxford University Press.

Trigeorgis, Lenos (1996), «Real Options», The MIT Press.